2020. 03. 19.

Cím	65.-66. Lineáris egyenletek
Tárgy	Matematika
Tanár	Molnár Krisztina online.2020.kristina.molnar@gmail.com
Évfolyam	1k
Iskola	Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium - Zenta
Időtartam	2x45 perc
Olvasmánylista	https://www.mozaweb.hu/mblite.php?cmd=open&bid=MS-2309U&page=160 https://www.mozaweb.hu/mblite.php?cmd=open&bid=MS-2309&page=152

Tisztelt osztály!

Ismerjük már egymást több mint fél éve. A jelen helyzet mégis most arra kényszerít bennünket, hogy egy másik oldalunkat ismertessük meg veletek. Igyekszem egy egységes és összefüggő, jól átlátható felületet biztosítani számotokra, amit a tanulás céljából hozok létre „óráról-órára”. A kezdetben biztos, hogy nem lesz annyira gördülékeny, de nem aggódom. Bele fogunk jönni egy-kettő.

Minden órát valami hasonló keretben fogok megvalósítani. Ami remélhetőleg jól követhető lesz. A feladatokat videóval fogom összekapcsolni, csak kérek egy kis időt, hogy belerázódjak ebbe az új tanítási módszerbe. Türelmeteket és megértéseteket előre is köszönöm!

A továbbiakban egy új email címen lehet elérni az online oktatással kapcsolatban, kérlek benneteket, hogy az áttekinthetőség miatt erre az email címre küldjétek a házikat és a kérdéseiteket is: **online.2020.kristina.molnar@gmail.com**

Egy idézettel zárnám az első hivatalos jelentkezésemet:

„A tanár csak kinyitja az ajtót. **Te** vagy az, aki beléphet rajta."

Sikeres tanévet, jó tanulást, minőségi tudásmegszerzést kívánok!

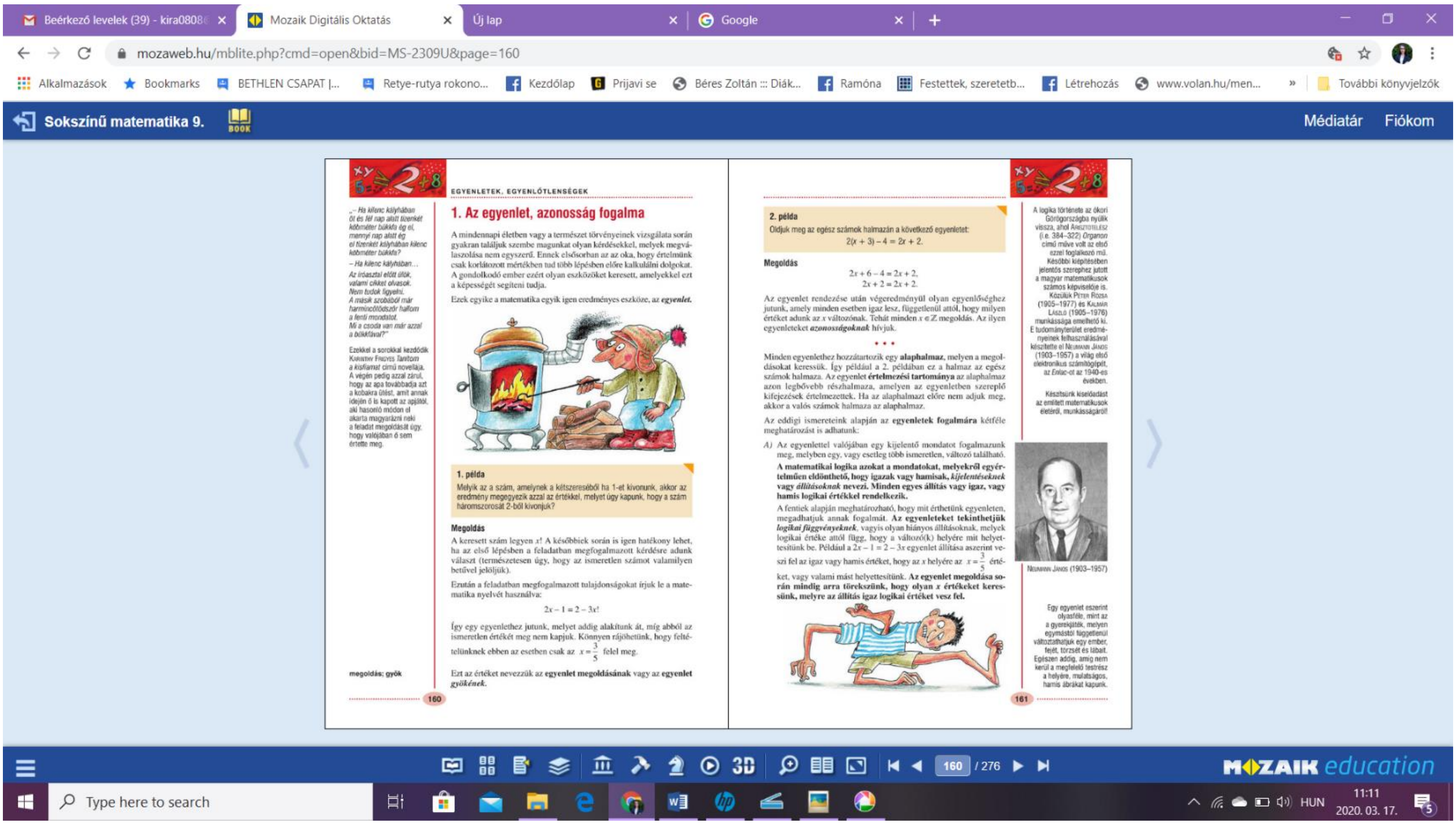
Üdv. Krisztina tanárnő

Akkor lássunk is munkához!

Az óra címe: Lineáris egyenletek

Elmélet ismétléshez ajánlom a mozaikweb.hu felületen elérhető tankönyvből a 160-161. oldalon az Egyenlet, azonosság fogalma című témakört.

Kérek mindenkit regisztráljon az oldalra. Majd a Shop—Tankönyvek—9.évfolyam---Matematika--- Sokszínű matematika 9. tankönyvben megtalálja a keresett anyagot. Ingyenes elérésre kell klikkelni és már is olvasható az anyag.(a linket csatoltam a nyitó oldalon az olvasmánylistánál) Most elküldöm egy screen formájában, de a későbbiekben csak linket küldök.



A múlt órán mikor még fehér táblán, színes filccel és fizikai jelenlétben folyt a tanítás akkor ott fejeztük be, hogy megtanultuk az egyenleteket megoldani és elsajátítottuk, hogy 3 féle csoportba tudjuk őket osztani:

- **határozott**
  Ebben az estben kapunk konkrét számértéket az x-re.
- **határozatlan**
  Az egyenlet rendezése végén az kapjuk, hogy 0=0
  Tehát a megoldáshalmaz az összes valós szám és ilyen formában írjuk fel a megoldást: $x \in R$
- **ellentmondásos**
  Az egyenlet rendezése végén az kapjuk, hogy 0=valami más számmal. Vagyis hamis állítást kapunk a végén.
  Tehát az egyeneletnek nincs megoldása és a következő formában írjuk ezt fel:
  $x \in \{\quad\}\, vagy\ a\ másik\ módja\ x \in \emptyset$

Nézzük akkor a mai óra első feladatát.

1. **feladat : Oldd meg a következő egyenletet.**

①

$$\frac{3(x+1)}{2} - \frac{2(x-3)}{5} + 2x - 1 = \frac{31x}{10} + 4 \qquad /\cdot 10$$

$$\frac{3(x+1)}{2}\cdot\frac{10}{1} - \frac{2(x-3)}{5}\cdot\frac{10}{1} + \frac{2x}{1}\cdot\frac{10}{1} - \frac{1}{1}\cdot\frac{10}{1} = \frac{31x}{10}\cdot\frac{10}{1} + \frac{4}{1}\cdot\frac{10}{1}$$

$$\frac{\cancel{30}^{15}(x+1)}{\cancel{2}_{1}} - \frac{\cancel{20}^{4}(x-3)}{\cancel{5}_{1}} + \frac{20x}{1} - \frac{10}{1} = \frac{31\cancel{0}x}{1\cancel{0}} + \frac{40}{1}$$

$$15(x+1) - 4(x-3) + 20x - 10 = 31x + 40$$

$$15x + 15 - 4x + 12 + 20x - 10 = 31x + 40$$

$$15x - 4x + 20x - 31x = 40 - 15 - 12 + 10$$

$$0 = 23 \qquad \perp$$

→ ellentmondásos

$x \in \{\}$

Tehát nincs megoldása.

Adott az egyenlet. Mivel törtek is szerepelne a kifejezésben arra törekszünk, hogy a törtektől megszabaduljunk. Ezért a nevezőkben szereplő számok LKT-ét (legkisebb közös többszörösét) keressük és ezzel a számmal beszorozzuk az egész egyenletet, vagyis minden tag megszorzódik a mi esetünkben 10-zel. Mivel a 30 és a 2 egyszerűsíthető, valamint a 20 és az 5 szintén és a 310 és a 10 szintén, ez miatt leegyszerűsítünk. Majd a kapott egyenletet rendezzük. A zárójel előtti szám megszorozza a zárójel minden tagját. Ezek után az x-es tagokat csoportosítjuk az egyik oldalra, a többi tagot pedig a másik oldalra. Összadjuk az x-eket az x-ekkel és a számokat a számokkal. Majd bal oldalon nullát kapunk, jobb oldalon pedig 23-at. Ez azt jelenti, hogy a két oldal nem egyezik meg és ellentmondást kaptunk. Tehát az x eleme az üreshalmaznak, vagyis nincs az egyenletnek megoldása.

2. **feladat: Oldd meg a következő egyenletet.**
   Az előző feladat megoldásimódszere alapján próbáljátok meg értelmezni, ha valakinek nem megy akkor az jelentkezzen.

(2)

$$\frac{3}{5}(z+1)-\frac{3}{4}(z-11)=\frac{2}{11}(2z-5) \quad \Big/ \cdot 220$$

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{(z+1)}{1}\cdot\frac{220}{1}-\frac{3}{4}\cdot\frac{(z-11)}{1}\cdot\frac{220}{1}=\frac{2}{11}\cdot\frac{(2z-5)}{1}\cdot\frac{220}{1}$$

$$\frac{\overset{132}{\cancel{660}}(z+1)}{\cancel{5}_{1}}-\frac{\overset{165}{\cancel{660}}(z-11)}{\cancel{4}_{1}}=\frac{\overset{40}{\cancel{440}}(2z-5)}{\cancel{11}_{1}}$$

$$132(z+1)-165(z-11)=40(2z-5)$$

$$132z+132-165z+1815=80z-200$$

$$132z-165z-80z=-200-132-1815$$

$$-113z=-2147$$

$$z=\frac{-2147}{-113}=19$$

$$z=19$$

$\rightarrow$ határozott

Gyakorló feladatok ebből a típusból:
Próbáljátok meg magatok megoldani. Aki nem boldogul jelentkezzen.

(3)
$$\frac{5t+1}{6} - \left(\frac{1+9t}{8} - \frac{3t-1}{5}\right) = \frac{t-1}{3}$$

(4)
$$\frac{9z+7}{4} - \left(1 - \frac{2-z}{9}\right) = 7z$$

(5)
$$2 + \frac{y+17}{5} - \frac{3y-7}{4} = 0$$

Ezek után új altémakört dolgozunk fel:

Lineáris egyenletek ismeretlennel a nevezőjükben

Itt olyan feladatok fognak szerepelni, ahol a nevezőben is előfordul x,y,z,… valamilyen változó. Ez a témakör szigorúan alapszik az első féléves algebrai törtekre.

Remélem tudunk mire alapozni.

1. **feladat: Oldd meg az egyenletet.**
   Ezeknél a feladatoknál mindig számolnunk kell azzal, hogy nullával nem oszthatunk, vagyis a nevező nem lehet egyenlő nullával. A mi esetünkben
   $8z - 16 \neq 0 \; vagyis \; 8z \neq 16 \; vagyis \; z \neq \frac{16}{8}. Tehát \; z \neq 2$
   $Továbbá \; 8z - 4z^2 \neq 0 \; vagyis \; 4z(2 - z) \neq 0.$
   $Egy \; szorzat \; pedig \; akkor \; nulla \; ha \; vagy \; az \; egyik \; vagy \; a \; másik \; tényező \; nulla.$
   $Tehát \; 4z \neq 0 \; valamint \; 2 - z \neq 0$
   $z \neq 0 \; valamint \; z \neq 2$
   $A \; követkző \; nevező \; a \; 8z. Ami \; szintén \; \neq 0. Tehát \; z \neq 0$
   $Az \; utolsó \; tört \; nevezője \; pedig \; 2z(z - 2) \neq 0 \; vagyis \; 2z \neq 0$
   $valamint \; z - 2 \neq 0 \; vagyis \; z \neq 2$
   Összegezve: $z \neq 0$ és $z \neq 2$. Ez a kettő szám amit ki kell zárni a végén a megoldáshalmazból.

(1)

$$\frac{1}{8z-16}+\frac{5-z}{8z-4z^2}=\frac{7}{8z}-\frac{z-1}{2z(z-2)}$$

$$\frac{1}{8(z-2)}+\frac{5-z}{4z(2-z)}=\frac{7}{8z}-\frac{z-1}{2z(z-2)}$$

$(-1)\cdot(z-2)$

!Nem osztunk 0-val!

$$\frac{1}{8(z-2)}+\frac{5-z}{-4z(z-2)}=\frac{7}{8z}-\frac{z-1}{2z(z-2)}$$

$8z(z-2)\neq 0$

$z\neq 0$ $\quad z-2\neq 0$

$z\neq 2$

$$\frac{1}{8(z-2)}-\frac{5-z}{4z(z-2)}=\frac{7}{8z}-\frac{z-1}{2z(z-2)} \quad \Big/ \cdot 8z(z-2)$$

$$\frac{1}{\cancel{8(z-2)}}\cdot\cancel{8}z\cancel{(z-2)}-\frac{5-z}{\cancel{4z(z-2)}}\cdot\overset{2}{\cancel{8z}}\cancel{(z-2)}=\frac{7}{\cancel{8z}}\cdot\cancel{8z}(z-2)-\frac{z-1}{\cancel{2z(z-2)}}\cdot\overset{4}{\cancel{8z(z-2)}}$$

$$z-(5-z)\cdot 2=7(z-2)-(z-1)\cdot 4$$

$$z-(10-2z)=7z-14-(4z-4)$$

$$z-10+2z=7z-14-4z+4$$

$$z+2z-7z+4z=-14+4+10$$

$$0=0 \rightarrow \text{határozatlan} \qquad x\in\mathbb{R}\setminus\{0,2\}$$

2. **feladat: Oldd meg az egyenletet.**

Első lépésben a nevezőket tényezőkre bontjuk. Majd mivel nem oszthatunk nullával ezért oldalt leírjuk, hogy a nevezők nem egyenlőek nullával. Ezt én zölddel írtam a lap jobb oldalán. Valamint megjegyzésként emlékeztetőül a négyzetek különbségének képletét.

Ha ezzel megvagyunk akkor a nevezők legkisebb közös többszörösével beszorzunk. Majd ahol lehet egyszerűsítünk. Az egyszerűsítés után a zárójeleket a zárójelekkel beszorozzuk. Ezt lilával és kékkel be is rajzoltam. Rendezünk. Z négyzet és z a baloldalra a többi a jobb oldalra.

Végül kapunk egy konkrét értéket z-re. Ha az a z nem ¾ és nem -3/4 akkor el tudjuk fogadni, mivel csak az a két szám, mely nem elfogadható a nullával való osztás miatt.

2.
$$\frac{6z+5}{4z+3} - \frac{7-3z}{3-4z} = \frac{12z^2+30z-21}{16z^2-9}$$

Első lépésben a nevezőket szorzattá alakítjuk (tényezőkre bontjuk)

$$\frac{6z+5}{4z+3} - \frac{7-3z}{(-1)(4z-3)} = \frac{12z^2+30z-21}{(4z-3)(4z+3)}$$

NÉGYZETEK KÜLÖNBSÉGE

$A^2-B^2=(A-B)\cdot(A+B)$

$$\frac{6z+5}{4z+3} + \frac{7-3z}{4z-3} = \frac{12z^2+30z-21}{(4z-3)(4z+3)} \quad / \cdot (4z-3)(4z+3)$$

$$\frac{6z+5}{\cancel{4z+3}}\cdot\frac{(4z-3)\cancel{(4z+3)}}{1} + \frac{7-3z}{\cancel{4z-3}}\cdot\frac{\cancel{(4z-3)}(4z+3)}{1} =$$

$$= \frac{12z^2+30z-21}{\cancel{(4z-3)}\cancel{(4z+3)}}\cdot\frac{\cancel{(4z-3)}\cancel{(4z+3)}}{1}$$

$$(6z+5)(4z-3)+(7-3z)(4z+3) =$$
$$= 12z^2+30z-21$$

$$24z^2-18z+20z-15+28z+21-12z^2-9z =$$
$$= 12z^2+30z-21$$

$$24z^2-12z^2-12z^2-18z+20z+28z-9z-30z =$$
$$= -21+15-21$$

$$-9z = -27$$

$$z = \frac{-27}{-9}$$

$$\boxed{z=3}$$

Nullával nem osztunk!

$4z+3 \neq 0$

$4z \neq -3$

$\boxed{z \neq -\frac{3}{4}}$

$4z-3 \neq 0$

$4z \neq 3$

$\boxed{z \neq \frac{3}{4}}$

$(4z-3)(4z+3) \neq 0$

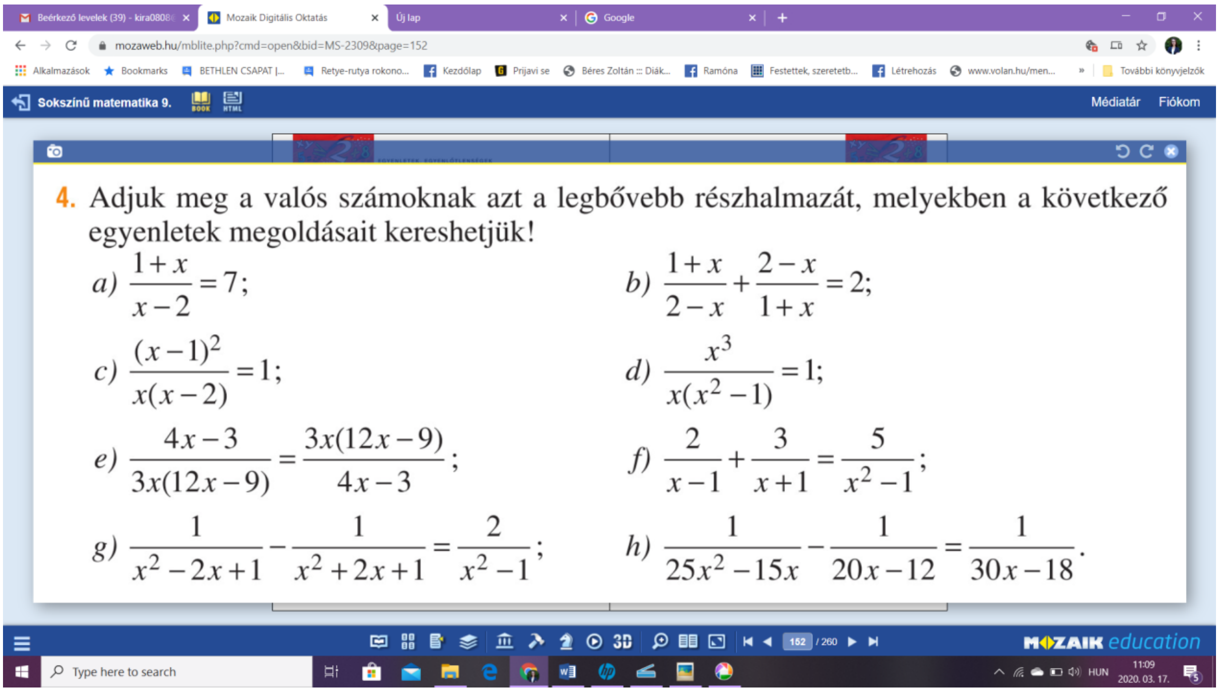
$4z-3 \neq 0 \quad \wedge \quad 4z+3 \neq 0$

$4z \neq 3 \qquad 4z \neq -3$

$\boxed{z \neq \frac{3}{4}} \qquad \boxed{z \neq -\frac{3}{4}}$

Tehát ha a megoldás végén azt kapjuk, hogy $z=\frac{3}{4}$ vagy $z=-\frac{3}{4}$ akkor a megoldást kihúzzuk.

3. **feladat: Most pedig vegyük elő a Mozaikos feladatgyűjteményt.**
Sokszínű matematika 9. feladatgyűjtemény. (2018)
https://www.mozaweb.hu/mblite.php?cmd=open&bid=MS-2309&page=152
153. oldal 4. feladat f és h része.



4. Adjuk meg a valós számoknak azt a legbővebb részhalmazát, melyekben a következő egyenletek megoldásait kereshetjük!

a) $\dfrac{1+x}{x-2}=7;$ *b)* $\dfrac{1+x}{2-x}+\dfrac{2-x}{1+x}=2;$

c) $\dfrac{(x-1)^2}{x(x-2)}=1;$ *d)* $\dfrac{x^3}{x(x^2-1)}=1;$

e) $\dfrac{4x-3}{3x(12x-9)}=\dfrac{3x(12x-9)}{4x-3};$ *f)* $\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{5}{x^2-1};$

g) $\dfrac{1}{x^2-2x+1}-\dfrac{1}{x^2+2x+1}=\dfrac{2}{x^2-1};$ *h)* $\dfrac{1}{25x^2-15x}-\dfrac{1}{20x-12}=\dfrac{1}{30x-18}.$

Próbáljátok magatok megoldani. Ezt a két feladatok kérem házira beadni, legkésőbb 2020. 03.23. 9:00-ig.

Kézzel írva, fényképezett vagy szkennelt formában beadható a **online.2020.kristina.molnar@gmail.com** emailen.

Köszönöm a figyelmet!

„Találkozunk” a következő órán, hétfőn! Addig is minden jót.

u.i. Bárkinek bármilyen kérdése van, nyugodtan jelentkezzen a **online.2020.kristina.molnar@gmail.com** email címre.